

2 連立一次方程式

1. 次の連立一次方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} x + y = -7 \\ x - y = -3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x - y = 4 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$$

2. 次の連立一次方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x - y + z = 0 \\ x + y - z = 4 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x + 2y + 2z = 1 \\ 2x - 3y - 2z = -8 \\ 4x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y + 2z = 7 \\ -2x + z = 4 \\ 3x - y - 3z = -12 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x + 2y - 2z = 26 \\ 4x + 3y - 6z = -17 \\ 3x + 4y - 5z = -25 \end{cases}$$

3. 次の連立一次方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} a + 2b + 3c + 4d = 10 \\ a + 2b - 3c - 4d = -4 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2x + 3y - 4z = 7 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} a + 2b + 3c + 4d = 0 \\ 2a + b + 4c + 3d = 0 \\ 3a + 4b + c + 2d = 0 \\ 6a + 7b + 8c + 9d = 0 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y + 2z = 6 \\ -x - y + z = 2 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y + 2z = 6 \\ -x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} x + y + 2z + 2u = 2 \\ 2x + y + z + 2u = -4 \\ x + 2y + 5z + 5u = 6 \end{cases}$$

$$(10) \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x - 3y - 3z = 0 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

4. 次の連立一次方程式を解け。

$$(1) \begin{cases} a - c + 5d - 5e = 3 \\ -a + b + 3c - 8d + 7e = -8 \\ 2a - b + c + 3d - 7e = -4 \\ 3a - 2b + 2c + 3d - 10e = -8 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} a + 3b - 2c + 4d = 5 \\ 3a + 7b - 3c + 15d = 10 \\ 2a - 4b + 11c + 8d = 0 \\ a + 7b - 8c + 4d = 9 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x + 2y + z - u = 0 \\ y + 2z + 2u = -1 \\ x + 3y - z + u = 1 \\ x + 2y + 3z - u = -1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x + 2y + z - u = 0 \\ y + 2z + 2u = -1 \\ x + 3y - z + u = 1 \\ x + 2y + 3z - u = 0 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} -a - b - 2d + e = 0 \\ -b - c - d + 2e = 0 \\ + 12b + 12c + 12d - 23e = 0 \\ - 13b - 13c - 13d + 24e = 0 \\ -a + c - d - e = 0 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} -a - b - 2d + e = -7 \\ -b - c - d + 2e = -7 \\ + 12b + 12c + 12d - 23e = 81 \\ - 13b - 13c - 13d + 24e = -85 \\ -a + c - d - e = 0 \end{cases}$$

5. k を定数とし、次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - ky = 5 \end{cases}$$

2 連立一次方程式

連立方程式の解が唯一つには決まらない場合、その記述の仕方は一つではない。したがって、解が任意の定数を含む場合、ここにある解答例と同じでないものも不正解とは限らない。

1. (1) $(x, y) = (-5, -2)$
 (2) $(x, y) = (-1, 2)$
 (3) $(x, y) = (3, -1)$
 (4) $(x, y) = (1/2, -3/2)$
2. (1) $(x, y, z) = (2, 3, 1)$
 (2) $(x, y, z) = (-1, 2, 0)$
 (3) $(x, y, z) = (-1, 3, 2)$
 (4) $(x, y, z) = (10, -5, 7)$
3. (1) $(x, y, z) = (2 - s, 1, s)$ (s は任意の数)
 (2) $(a, b, c, d) = (3 - 2s, s, (7 - 4t)/3, t)$ (s, t は任意の数)
 (3) $(x, y, z) = (2 - s, 1 + 2s, s)$ (s は任意の数)
 (4) $(a, b, c, d) = (s, -s, -s, s)$ (s は任意の数)
 (5) $(x, y, z) = (2, 1, 1)$
 (6) 解なし
 (7) $(x, y, z) = (0, 0, 3)$
 (8) $(x, y, z) = (-2 + s, 3 - 2s, s)$ (s は任意の数)
 (9) $(x, y, z, u) = (-6 + s, 16 - 3s, s, -4)$ (s は任意の数)
 (10) $(x, y, z) = (3s, -5s, 7s)$ (s は任意の数)
4. (1) $(a, b, c, d) = (-3s + 4t, 1 - s, -3 + 2s - t, s, t)$ (s, t は任意の数)
 (2) $(a, b, c, d) = (6 - 5s, 1 + 3s, 2s, -1)$ (s は任意の数)
 (3) $(x, y, z, u) = (1/2 + 5s, -2s, -1/2, s)$ (s は任意の数)
 (4) 解は存在しない
 (5) $(a, b, c, d, e) = (s - t, -s - t, s, t, 0)$ (s, t は任意の数)
 (6) $(a, b, c, d, e) = (3 + s - t, 1 - s - t, s, t, -3)$ (s, t は任意の数)

(5) と (6) のように定数項を除いて等しい連立一次方程式の解は定数項を除いて等しい。

5. 係数行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -k & 5 \end{pmatrix}$ に基本変形を行えば $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -k-2 & -1 \end{pmatrix}$ となる。よって $k \neq -2$ のときは $(x, y) = (1/(k+2), (3k+5)/(k+2))$ が唯一つの解であり、 $k = -2$ のときは解は存在しない。